

1) Discretize as equações hidrodinâmicas 2D fornecidas para a grade C de Arakawa, considerando os esquemas: explícito, centrado no tempo e no espaço para a advecção; explícito, avançado no tempo e centrado no espaço para a difusão; e semi-implícito para o decaimento. Para a discretização dos termos advectivos, utilize médias no espaço.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + D_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - R u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - f u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + D_h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - R v \quad (3)$$

Assumindo $\Delta x = \Delta y = d$.

Discretização de (1), centrada em $\eta_{j,k}$:

$$\frac{\eta_{j,k}^{n+1} - \eta_{j,k}^{n-1}}{2 \Delta t} + \frac{H}{d} (u_{j+1,k}^n - u_{j-1,k}^n) + \frac{H}{d} (v_{j,k+1}^n - v_{j,k-1}^n) = 0 \quad (4)$$

Discretização de (2), centrada em $u_{j+1,k}$:

$$\begin{aligned} & \frac{u_{j+1,k}^{n+1} - u_{j+1,k}^{n-1}}{2 \Delta t} + \frac{u_{j+1,k}^n}{d} \left(\frac{u_{j-1,k}^n + u_{j+1,k}^n}{2} - \frac{u_{j+1,k}^n + u_{j+3,k}^n}{2} \right) + \\ & \frac{v_{\text{med}}}{d} \left(\frac{u_{j+1,k+2}^n + u_{j+1,k}^n}{2} - \frac{u_{j+1,k-2}^n + u_{j+1,k}^n}{2} \right) - f v_{\text{med}} = -\frac{g}{2d} (\eta_{j+2,k}^n - \eta_{j,k}^n) + \\ & \frac{D_h}{d^2} \left[\left(\frac{u_{j+1,k}^{n-1} + u_{j+3,k}^{n-1}}{2} - 2u_{j+1,k}^? \frac{u_{j-1,k}^{n-1} + u_{j+1,k}^{n-1}}{2} \right) + \right. \\ & \left. \left(\frac{u_{j+1,k+2}^{n-1} + u_{j+1,k}^{n-1}}{2} - 2u_{j+1,k}^{n-1} + \frac{u_{j+1,k-2}^{n-1} + u_{j+1,k}^{n-1}}{2} \right) \right] - R \frac{u_{j+1,k}^{n+1} + u_{j+1,k}^n}{2} \quad (5) \end{aligned}$$

em que

$$v_{\text{med}} = \frac{v_{j+2,k+1}^n + v_{j,k+1}^n + v_{j,k-1}^n + v_{j+2,k-1}^n}{4} \quad (6)$$

Discretização de (3), centrada em $v_{j,k+1}$:

$$\begin{aligned} & \frac{v_{j,k+1}^{n+1} - v_{j,k+1}^{n-1}}{2 \Delta t} + \frac{u_{\text{med}}}{d} \left(\frac{v_{j+1,k+2}^n + v_{j+1,k}^n}{2} - \frac{v_{j-1,k+2}^n + v_{j+1,k}^n}{2} \right) + \\ & \frac{v_{j,k+1}^n}{2d} \left(\frac{v_{j,k+1}^n + v_{j+3,k}^n}{2} - \frac{v_{j,k+1}^n + v_{j,k-1}^n}{2} \right) - f u_{\text{med}} = -\frac{g}{2d} (\eta_{j,k+2}^n - \eta_{j,k}^n) + \\ & \frac{D_h}{d^2} \left[\left(\frac{v_{j-2,k+1}^{n-1} + v_{j,k+1}^{n-1}}{2} - 2v_{j,k+1}^{n-1} \frac{v_{j,k+1}^{n-1} + v_{j,k-1}^{n-1}}{2} \right) + \right. \\ & \left. \left(\frac{v_{j,k+3}^{n-1} + v_{j,k+1}^{n-1}}{2} - 2v_{j,k+1}^{n-1} + \frac{v_{j,k+1}^{n-1} + v_{j,k-1}^{n-1}}{2} \right) \right] - R \frac{v_{j,k+1}^{n+1} + v_{j,k+1}^n}{2} \quad (7) \end{aligned}$$

em que

$$u_{\text{med}} = \frac{u_{j-1,k+2}^n + u_{j+1,k+2}^n + u_{j-1,k}^n + u_{j+1,k}^n}{4} \quad (8)$$

2) Na figura, para uma grade básica de espaçamento 10 km (J,K) com grade aninhada de espaçamento 2.5 km (j,k), apresente as expressões matemáticas utilizadas para a imposição de condições de contorno na grade menor, nos pontos (j,k) = (2, 1), (4, 1), (5, 1), (1, 2), (1, 4) e (1, 5). O que se deve considerar nessas condições de borda em relação aos passos de tempo das duas grades?

$$FINT = \frac{10}{2,5} = 4$$

$$\begin{aligned} p(2,1) &= \frac{P(2,2) \times 3 + P(3,2)}{FINT} & p(4,1) &= \frac{P(2,2) + P(3,2) \times 3}{FINT} \\ p(5,1) &= P(3,2) & p(1,2) &= \frac{P(2,2) \times 3 + P(2,3)}{FINT} \\ p(1,2) &= \frac{P(2,2) \times 3 + P(2,3)}{FINT} & p(1,5) &= P(2,3) \end{aligned}$$

Os passos de tempo das duas grades podem ser independentes: a grade menor pode ter passo de tempo menor que o da grade maior. As duas grades podem ser processadas separadamente ou ao mesmo tempo, dependendo se há influência da grade menor sobre a maior. Caso haja influência, as grades são processadas em conjunto, após um avanço da maior, a menor avança o mesmo intervalo de tempo (com passos menores). No outro caso, a grade maior roda e os resultados são utilizados para processar a grade menor.

3) Explique o uso do método dos mínimos quadrados na iniciação de modelos numéricos hidrodinâmicos. Quais são suas vantagens e limitações? Dê exemplo de sua aplicação num modelo 2D.

O método dos mínimos quadrados permite interpolar ou extrapolar medições esparsas para todos os pontos de grade para o instante inicial, através de uma expressão polinomial.

Este método de utilização tem aplicação limitada em áreas onde há poucas observações e limites de áreas ajustadas por diferentes polinômios.

4) Explique a utilidade da separação de modos em modelos 3D. Demonstre a seqüência das correspondentes expressões matemáticas para a equação do movimento segundo o eixo x.

A utilidade da separação é reduzir o número de equações, de forma a reduzir o custo computacional da simulação. Isso é feito com um modo 2D, representando a situação média vertical (η , U e V) e um modo 3D representando as variações internas (u' , v').

5) Implemente um modelo numérico hidrodinâmico 2D para a Baía da Guanabara (43°W–43°20'W; 22°40'S–22°57'S) numa grade regular com espaçamento de 1000 m. Processe o modelo para: (a) uma elevação senoidal de maré na borda; (b) um vento de SW acompanhado de uma elevação do nível do mar; (c) a combinação da maré senoidal na borda com o vento de SW e sua correspondente elevação do nível do mar. Comente os resultados obtidos.

Nos resultados da simulação apenas com o vento (Fig. 1), é possível ver que há elevações do nível do mar onde a costa está voltada para o vento e abaixamento do nível no lado oposto. O campo de correntes mostra que a corrente move-se, predominantemente, na direção do vento, sendo mais intensa no meio da baía.

Na simulação apenas com a maré (Fig. 2), vê-se que a elevação propaga-se pela baía com amplitude decrescente. As correntes variam: na maré enchente têm direção para o interior da baía e são mais intensas na entrada.

Na simulação com vento e maré (Fig. 3), o comportamento é semelhante ao da simulação apenas com a maré, mas ainda é possível ver o aumento do nível do mar onde a costa está voltada para a direção de onde o vento sopra.

Elevacoes (m) - tempo 27 minutos. Limites 0.0088 a -0.009 m Correntes (m/s) - intensidade maxima 0.0024 m/s

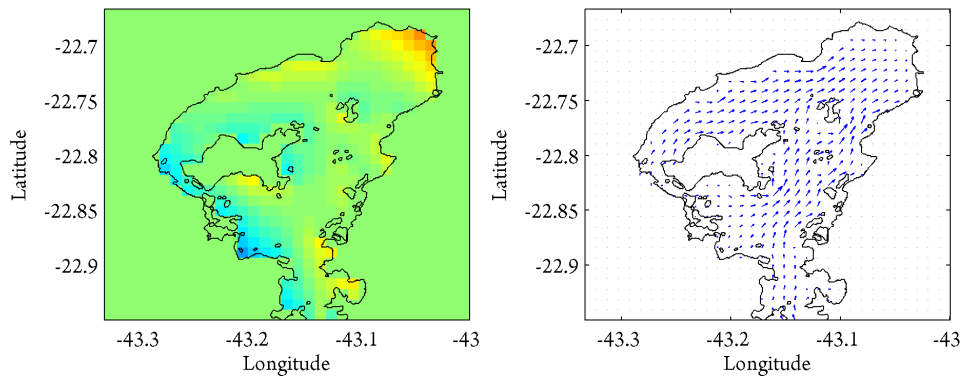


Figura 1: Apenas vento de sudoeste.

Elevacoes (m) - tempo 93 minutos. Limites 0.19 a -0.16 m Correntes (m/s) - intensidade maxima 0.02 m/s

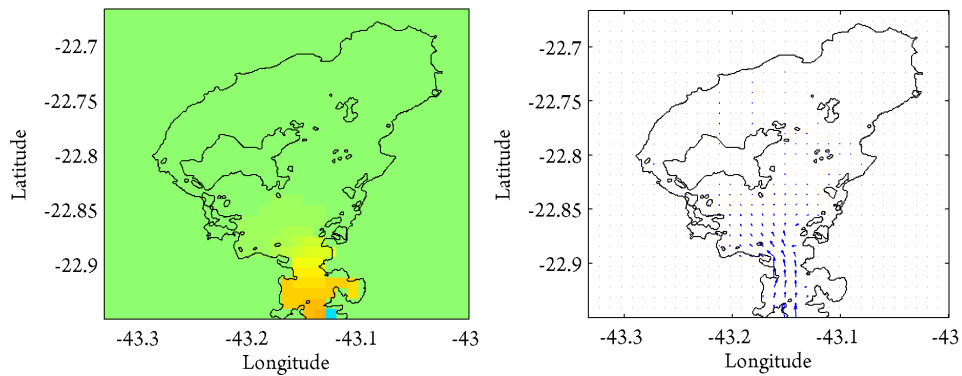


Figura 2: Apenas maré.

Elevacoes (m) - tempo 293 minutos. Limites 0.13 a -0.25 m Correntes (m/s) - intensidade maxima 0.023 m/s

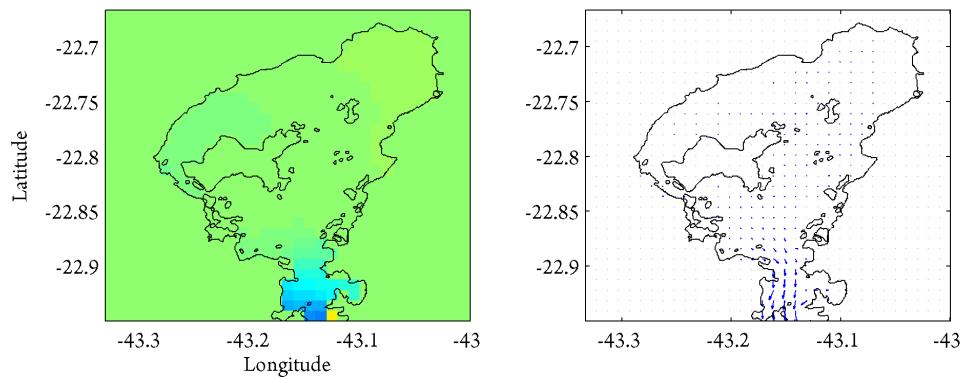


Figura 3: Maré, num momento de vazante, e vento de sudoeste.